

La recherche « mathémusicale » au carrefour entre mathématiques, musique et informatique

→ par Moreno Andreatta, chercheur CNRS à l'Ircam

Quand la réflexion musicale, la modélisation informatique et la formalisation mathématique se rencontrent, ou ce que les mathématiques disent de la musique et réciproquement !

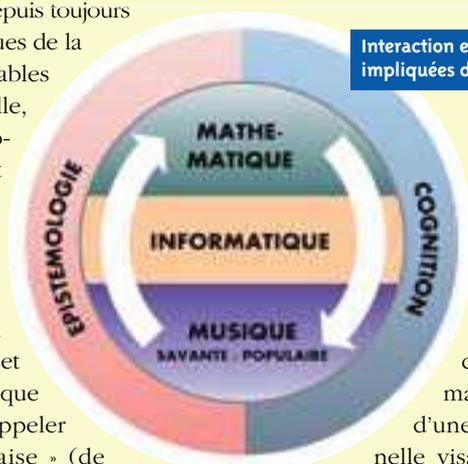
Si les mathématiques ont accompagné depuis toujours la réflexion sur les fondements théoriques de la musique, elles sont devenues incontournables dans l'analyse musicale computationnelle, en particulier à cause de l'articulation profonde entre formalisation théorique et modélisation informatique des structures et processus musicaux⁽¹⁾. En effet, à la suite de Mersenne, véritable fondateur d'une démarche combinatoire en musique, plusieurs propositions théoriques au sein de la tradition américaine (ensembliste et transformationnelle) ainsi que de celle que

nous avons proposé d'appeler « l'école formelle française » (de Camille Durutte à André Riotte, en passant par Edmond Costère, Pierre Barbaud, Michel Philippot, Iannis Xenakis et Henri Pousseur), proposent un couplage permanent entre formalisations algébriques et représentations géométriques qui trouvent des applications tout à fait naturelles en analyse musicale assistée par ordinateur.

L'une des spécificités de la recherche « mathémusicale » menée depuis une quinzaine d'années par l'équipe Représentations musicales de l'Ircam (CNRS UMR STMS/UPMC) est celle de renverser la perspective traditionnelle selon laquelle, pour citer la désormais célèbre formule utilisée par Leibniz dans une correspondance

avec Goldbach, la musique ne serait qu'un « calcul d'arithmétique cachée que l'âme fait à son insu » et considérer les mathématiques comme un véritable *exercitium musicae*⁽²⁾. La recherche « mathémusicale » devient ainsi un champ de recherche qui pose des problèmes théoriques difficiles, en particulier pour leur formalisation constructive et leur résolution algorithmique, dans un aller-retour permanent entre pensée musicale, conceptualisation mathématique et modélisation informatique. Cette circulation entre la musique et les mathématiques, via l'informatique, constitue précisément l'essence de ce que nous avons proposé d'appeler une « dynamique mathémusicale » (cf. illustration).

Il s'agit d'un aller-retour constant entre réflexion musicale, modélisation informatique et formalisation mathématique qui alimente la recherche autour des sujets aussi variés que la théorie du pavage en musique (et ses liens avec la conjecture spectrale), la théorie des séquences périodiques et calcul des différences finies (et ses liens avec le Lemme de Fitting), la théorie diatonique (et ses liens avec la transformée de Fourier discrète), l'homométrie et les block-designs en



Interaction entre les principales disciplines impliquées dans la recherche « mathémusicale ».

composition algorithmique. Dans tous ces sujets, l'étude théorique des problèmes musicaux, formalisés principalement à l'aide de modèles algébriques (théorie des groupes, algèbre des polynômes, factorisations, combinatoire algébrique...) et catégoriels (catégorie des graphes dirigés, réseaux transformationnels, isographies) s'accompagne d'une démarche résolument computationnelle visant à implémenter les résultats théoriques dans des environnements informatiques originaux pour l'analyse et la composition musicales assistées par ordinateur.

Ses recherches peuvent ainsi avoir un impact également en informatique, notamment via l'intégration systématique des résultats obtenus dans « MathTools », une bibliothèque spécialisée du langage de programmation graphique *OpenMusic*, un environnement conçu et développé par l'équipe représentations musicales de l'Ircam⁽³⁾.

D'autre part, les problèmes théoriques posés par la musique soulèvent des questions d'ordre épistémologique et cognitif que l'on peut étudier en élargissant le spectre des pratiques musicales analysées. À la catégorie de musique « savante » (ou musique « contemporaine »), qui constitue une partie importante des recherches menées dans l'Institut fondé par Pierre Boulez à la fin des années 1970, s'ajoute tout naturellement celle de « musique populaire » incluant les musiques dites « actuelles » (rock, chanson, pop, jazz), avec une attention particulière aux articulations entre ces différentes pratiques musicales⁽⁴⁾. Cette articulation soulève, en effet, des questions musicologiques intéressantes, en particulier dans l'étude des processus créatifs et analytiques. Quel rôle jouent ou peuvent jouer les différentes représentations des structures et processus musicaux ? Quelle place occupe la formalisation mathématique et la modélisation informatique dans les processus compositionnels ainsi que dans les démarches théoriques et analytiques ? ●

(1) Dave Meredith (ed.), *Computational Music Analysis*, Springer, 2016.
 (2) Moreno Andreatta, *Mathematica est exercitium musicae. La recherche « mathémusicale » et ses interactions avec d'autres disciplines*, mémoire d'HDR, IRMA-université de Strasbourg, 2010.
 (3) Carlos Agon, G Assayag, J. Bresson (eds), *The OM Composer's Book 1*, Collection « Musique/Sciences », Ircam-Delatour France, 2006.
 (4) Moreno Andreatta, « Modèles formels dans et pour la musique pop, le jazz et la chanson : introduction et perspectives futures », dans *Esthétique & Complexité II: Neurosciences, évolution, épistémologie, philosophie*, Z. Kapoula, L.-J. Lestocart, J.-P. Allouche éd., éditions du CNRS, 2014, p. 69-88.

Les mathématiques sont devenues incontournables, à cause de l'articulation profonde entre formalisation théorique et modélisation informatique des structures et processus musicaux.